

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Tujuan penelitian dari penelitian ini yaitu menganalisis penguasaan siswa kelas X terhadap materi identitas trigonometri. Penguasaan konsep siswa dapat dilihat dari beberapa faktor salah satunya dengan memberikan beberapa soal. Pemberian beberapa soal kepada siswa guna mencapai tujuan tersebut, hal pertama yang dapat dilakukan yaitu melakukan tinjauan terhadap kajian pustaka. Kajian pustaka adalah kajian teoritis yang diarahkan untuk mencari landasan teori guna memecahkan masalah yang hendak diteliti (Ramadhan & dkk, 2013). Adapun bagian ini menyatakan tentang: hakikat matematika, penguasaan konsep, hasil penelitian yang relevan, dan mengulas materi tentang trigonometri sub bab identitas trigonometri.

2.1 Hakikat Matematika

Matematika merupakan ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur operasional yang digunakan di penyelesaian masalah mengenai bilangan (KBBI, 2010). Istilah matematika berasal dari kata Yunani "*mathein*" atau "*manthanein*", yang artinya "mempelajari". Mungkin juga, kata tersebut erat hubungannya dengan kata Sanskerta "*medha*" atau "*widya*" yang artinya "kepandaian", "ketahuan", atau "intelengensi" (Masykur & Halim, 2015). Kata matematika erat hubungannya dengan kata sansekerta, medha atau widya yang artinya kepandaian, ketahuan atau intelegensi (Subariah, 2012).

Matematika itu terorganisasikan dari unsur-unsur yang seperti definisi, aksioma-aksioma, dan dalil-dalil yang terbukti kebenarannya, sehingga matematika

disebut sebagai ilmu deduktif (Ruseffendi, 2014). Ilmu deduktif yang dimaksud adalah matematika tidak berdasarakan pengamatan atau eksperimen tapi berdasarkan pembuktian umum. Namun untuk membantu pemikiran pada tahap-tahap permulaan terkadang memerlukan bantuan sebuah contoh atau ilustrasi gambar.

Beberapa ahli juga mengatakan matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya dalam jumlah yang banyak yang terbagi dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri (Suherman, 2010). Bahasa yang digunakan merupakan istilah yang didefinisikan secara cermat, jelas dan akurat, representasinya dengan simbol.

Secara umum definisi matematika dapat dideskripsikan menjadi enam bagian yaitu, matematika sebagai struktur yang terorganisasi, Matematika sebagai alat, sebagai pola pikir deduktif, dan lain-lain (Halim, 2012). Matematika sebagai struktur yang terorganisasi. Berbeda dengan ilmu pengetahuan lain, matematika merupakan suatu bangunan struktur yang terorganisasi. Sebagai sebuah struktur, matematika terdiri dari beberapa komponen, yang meliputi aksioma, definisidan teorema. Kedua matematika sebagai alat dimana sering dipandang sebagai alat dalam mencari solusi berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari. Kemudian sebagai pola pikir deduktif, matematika merupakan pengetahuan yang memiliki pola pikir deduktif. Artinya, suatu teori atau pernyataan dalam matematika dapat diterima kebenarannya apabila telah dibuktikan secara umum.

Matematika sebagai cara bernalar karena beberapa hal, seperti matematika memuat cara pembuktian yang sah atau valid, aturan-aturan yang umum, atau sifat penalaran matematika yang sistematis (Halim, 2012). Tidak hanya itu simbol

juga merupakan ciri yang paling menonjol dalam matematika. Bahasa matematika adalah bahasa simbol yang baru memiliki arti bila dikenakan pada suatu konteks. Penalaran yang logis dan efisien serta ide-ide dan pola-pola yang kreatif, maka matematika sering pula disebut sebagai seni, khususnya seni berpikir yang kreatif.

UNBK dilakukan oleh semua jenjang yaitu SMP/MTs/SMPTK, SMA/MA/MAK/SMTK, SMK/MAK, dan SPK (BSNP, 2017). Ujian nasional yang dimaksud adalah berbasis komputer sehingga pelaksanaannya mulai dari SMP. Karena pelaksanaannya menggunakan komputer maka siswa dituntut lebih kritis dalam menyelesaikan soal terutama matematika. Tentunya berpikir kritis tidak dapat diperoleh secara instan, namun perlu adanya latihan sejak sekolah dasar. Hal itu perlu dikarnakan mulai dari sekolah dasar siswa di latih memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta kemampuan bekerjasama.

Mata pelajaran matematika memiliki tujuan untuk semua jenjang pendidikan dasar dan menengah. Tujuan tersebut menguasai konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep, dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah. Demikian pula tujuan yang diharapkan dalam pembelajaran matematika oleh *National Council of Teachers of Mathematics*. Lima standar kemampuan matematis yang harus dimiliki oleh siswa, yaitu kemampuan pemecahan masalah, komunikasi, koneksi, penalaran, dan representasi (NCTM, 2010). Kemampuan pemecahan masalah tersebut termuat pada kemampuan standar menurut Depdiknas dan NCTM. Artinya, dua kemampuan ini merupakan dua diantara kemampuan yang penting dikembangkan dan harus dimiliki oleh siswa.

Berdasarkan definisi di atas, kita sedikit mempunyai gambaran tentang apa matematika itu, dengan menggabungkan pengertian dari definisi-definisi tersebut. Semua definisi tersebut dapat kita terima, karena memang matematika itu dapat ditinjau dari segala sudut, dan matematika itu sendiri bisa memasuki seluruh segi kehidupan manusia, dari yang paling sederhana sampai pada yang paling kompleks. Secara garis besar dapat dikatakan bahwa matematika itu berkenaan dengan ide-ide atau konsep-konsep abstrak yang tersusun secara sistematis dan penalarannya deduktif.

2.2 Penguasaan Konsep

Penguasaan ditentukan oleh tingkat keterkaitan suatu gagasan atau fakta matematika dipahami secara menyeluruh. Hal-hal tersebut membentuk suatu jaringan yang memiliki keterkaitan tinggi. Konsep diartikan sebagai ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan sekumpulan objek (Depdiknas, 2010).

Penguasaan konsep sebagai kemampuan siswa dalam menjelaskan konsep, menggunakan konsep pada berbagai situasi yang berbeda, dan mengembangkan beberapa akibat dari adanya suatu konsep (Duffin & Simpson, 2015). Menjelaskan konsep yang dimaksud adalah siswa mampu menjelaskan kembali konsep yang sudah dikomunikasikan kepadanya. Contohnya saat siswa belajar trigonometri pokok bahasan identitas trigonometri maka siswa mampu menyatakan ulang apa itu definisi identitas trigonometri.

Terdapat dua jenis penguasaan konsep, yaitu penguasaan instrumental dan penguasaan relasional (Andy & Kurniawan, 2016). Penguasaan instrumental memiliki arti sebagai penguasaan atas konsep yang saling terpisah dan hanya rumus yang dihafal dalam melakukan perhitungan sederhana. Penguasaan relasional

merupakan kemampuan menggunakan prosedur matematis dalam menyelesaikan suatu masalah dan mengetahui mengapa prosedur tersebut digunakan.

Penguasaan konsep matematik merupakan landasan penting dalam menyelesaikan permasalahan matematika maupun permasalahan sehari-hari. Berpikir secara matematik berarti mengembangkan suatu pandangan matematik, menilai proses dari matematik, dan memiliki kesenangan untuk menerapkannya (Schoenfeld, 2010). Implikasinya yaitu guru merancang pembelajaran dengan baik, pembelajaran dengan karakteristik yang mampu membantu siswa membangun pemahamannya secara bermakna.

Penguasaan konsep matematik merupakan aspek yang sangat penting dalam prinsip pembelajaran matematika (NCTM, 2010). Penguasaan konsep matematik lebih bermakna jika dibangun oleh siswa itu sendiri. Kemampuan penguasaan tidak dapat diberikan dengan paksaan, artinya konsep-konsep dan logika-logika matematika yang diberikan oleh guru harus dicerna baik-baik. Jika tidak, mengakibatkan siswa lupa dengan algoritma yang diberikan, maka siswa tidak dapat menyelesaikan persoalan-persoalan matematika.

Kenyataan di lapangan siswa hanya menghafal rumus tanpa menguasai konsep bagaimana rumus itu terbentuk. Materi trigonometri terdapat rumus identitas trigonometri, misalnya $\cot^2 \alpha - \csc^2 \alpha = 1$. Siswa hanya menghafal rumus tersebut tanpa menguasai bagaimana rumus tersebut dapat terbentuk. Sehingga ketika siswa lupa terhadap rumus yang telah di hafal, maka siswa tidak dapat menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diberikan.

Oleh sebab itu seorang siswa dikatakan dapat menguasai suatu konsep matematika apabila siswa mempunyai kemampuan untuk menyelesaikan setiap

masalah matematika dengan benar (Mas'ud & Darto, 2012). Berikut merupakan tabel Indikator penguasaan konsep matematika.

Tabel 2.1 Adopsi Indikator penguasaan konsep matematika siswa

No	Penguasaan konsep pada soal	Prosedur penyelesaian soal	Menjawab soal
1	Memiliki usaha menguasai konsep pada soal secara keseluruhan.	Memiliki usaha menyelesaikan prosedur soal	Mampu menjawab soal dengan teliti dan sistematis
2	Mampu menguasai konsep pada soal secara keseluruhan	Mampu menentukan strategi penyelesaian yang sesuai	Mampu mengimputkan yang diketahui dengan benar
3	Mampu mengklarifikasikan soal berdasarkan yang diketahui	Mampu menyelesaikan prosedur dengan benar	Mampu menuliskan kesimpulan dengan benar
4	Mampu menguasai penyelesaian pada soal	Mampu menentukan prosedur operasi aritmatika dengan benar	

Sumber: (Mas'ud & Darto, 2012)

2.3 Keaslian Penelitian

Penelitian berjudul analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal identitas trigonometri (Anisa, 2016). Penelitian ini mengelompokkan siswanya dalam tiga kelompok yaitu siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Hasilnya adalah subjek yang berkemampuan tinggi melakukan kesalahan prosedur tidak tepat yaitu salah dalam melakukan operasi aritmatika dan masalah keterampilan yaitu kurangnya keterampilan yang dimiliki. Tidak hanya itu siswa berkemampuan sedang melakukan kesalahan prosedur tidak tepat yaitu salah dalam melakukan operasi aritmatika dan penarikan akar kuadrat, tidak menguasai sepenuhnya soal yang diberikan, dan masalah keterampilan. Sedangkan kesalahan yang dilakukan oleh siswa berkemampuan rendah dalam menyelesaikan soal persamaan trigonometri adalah kesalahan kategori lain yaitu tidak memberikan jawaban.

Adapun penelitian berjudul analisis kesalahan peserta didik dalam menyelesaikan soal pembuktian identitas trigonometri (Aqilah, 2012). Penelitian yang dilakukan Aqilah berfokus pada analisis kesalahan dan materi trigonometri kelas X. Hasil dari penelitian yang dilakukan Aqilah yaitu kesalahan langkah melaksanakan pembuktian dengan persentase 56%, langkah merencanakan 24%, serta kesalahan dalam menguasai soal 20%. Penyebab kesalahan ini antara lain karena kurang terampilnya peserta didik dalam mengoperasikan untuk membuktikan identitas yang ada sebesar 23%. Tidak menguasai maksud soal sehingga menyebabkan kegagalan dalam mengerjakan soal sebesar 19%. Kesalahan dalam mengoperasikannya pada saat pembuktian sebesar 35%. Selain itu kesalahan juga disebabkan karena hampir semua peserta didik tidak mengecek kembali hasil pekerjaannya sehingga jawaban yang diberikan tidak lengkap.

Penelitian yang dilakukan Anisa dan Aqilah memiliki persamaan, yaitu sebagian besar siswa melakukan kesalahan saat mengoperasikan soal identitas trigonometri. Sayangnya kedua penelitian tersebut hanya menganalisis kesalahan soalnya saja. Kesalahan yang ditimbulkan oleh siswa disebabkan kurangnya penguasaan konsep siswa terhadap identitas trigonometri itu sendiri. Oleh sebab itu pada kesempatan ini peneliti ingin menganalisis penguasaan konsep siswa terhadap materi identitas trigonometri.

2.4 Trigonometri

Berasal dari bahasa Yunani trigonometri terdiri dari dua kata "*trigonon*" berarti segitiga dan "*metron*" berarti ukuran (KBBI, 2010). Menurut asalnya trigonometri cabang dari ilmu yang mencoma menyelidiki gerak benda-benda luar angkasa seperti matahari, bulan, bintang-bintang dan memperkirakan posisinya.

Menggunakan trigonometri merupakan usaha sebagai dasar penyelidikan dan perhitungan. Terdapat dua tokoh astronomi bangsa Yunani yang dikenal dalam penggunaan trigonometri yaitu Hippacus dari Nicaca abad ke 2 SM dan Claudius Ptolemy abad ke 2 SM (Negoro & Harahap, 2013).

Trigonometri merupakan cabang ilmu geometri yang sangat penting dalam bidang seperti pelayaran, pengukuran tanah, teknik, astronomi, dan arsitektur. Penerapan mendasar dari konsep trigonometri adalah untuk menentukan jarak dan arah berbagai titik di permukaan bumi sehingga berguna untuk pemetaan dan navigasi. Konsep yang digunakan adalah konsep perbandingan trigonometri.

Identitas trigonometri adalah suatu relasi atau kalimat terbuka yang memuat fungsi-fungsi trigonometri dan yang bernilai benar untuk setiap penggantian variabel dengan konstanta anggota domain fungsinya (Sukowidodo, 2015). Kebenaran suatu relasi atau kalimat terbuka merupakan identitas yang perlu dibuktikan kebenarannya. Pembuktian identitas trigonometri memiliki tiga pilihan, yaitu menggunakan rumus-rumus atau identitas-identitas yang telah dibuktikan kebenarannya (Sukino, 2014). Ruas kiri diubah bentuknya sehingga menjadi tepat sama dengan ruas kanan. Ruas kanan diubah bentuknya sehingga menjadi tepat sama dengan ruas kiri. Namun bisa juga ruas kiri diubah menjadi bentuk lain yang identik dengannya, ruas kanan diubah menjadi bentuk lain juga, sehingga kedua bentuk hasil pengubahan itu tepat sama.

Cara yang diungkapkan tersebut dua cara pertama merupakan pilihan utama, karena masing-masing jelas tujuan bentuk yang hendak dicapai. Secara umum, yang diubah adalah bentuk yang paling rumit. Sehingga sama dengan bentuk yang tidak diubah yang bentuknya lebih sederhana.

Keberhasilan pembuktian kebenaran identitas memerlukan beberapa faktor (Sukowidodo, 2015). Faktor yang dimaksud meliputi telah dikuasainya relasi, aturan, atau konsep dasar trigonometri dan aljabar. Tidak hanya itu proses pemfaktoran, penyederhanaan, operasi pada bentuk pecahan, operasi hitung lainnya serta operasi dasar aljabar, dan latihan yang cukup.

Identitas atau kesamaan trigonometri mempunyai tiga relasi dasar, yakni sebagai berikut: (Rusgianto, 2011)

1. Relasi perbandingan berbalik nilai yaitu: $\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$, $\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$, dan $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$;
2. Relasi hasil bagi meliputi : $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ dan $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$;
3. Relasi Phytagoras memiliki tiga rumus dasar yaitu : $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$, dan $\csc^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1$.

Tidak hanya tiga relasi dasar di atas, identitas trigonometri juga memiliki beberapa rumus lainnya yakni sebagai berikut: (Noormandiri, 2013)

1. Jumlahan dua sudut memiliki enam rumus dasar yang harus dipahami yaitu:
 - a. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
 - b. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
 - c. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 - d. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
 - e. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$
 - f. $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$
2. Sudut rangkap digunakan untuk mempermudah menemukan besar sudut ketika sudut yang diketahui bukan sudut istimewa, rumus dasar yang digunakan yaitu:
 - a. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

$$\text{b. } \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$= 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\text{c. } \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

3. Perkalian fungsi trigonometri memiliki empat macam bentuk rumus yang harus dipahami yaitu:

$$\text{a. } 2 \sin \alpha \cos \beta = \sin (\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$\text{b. } 2 \cos \alpha \sin \beta = \sin (\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

$$\text{c. } 2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$\text{d. } 2 \sin \alpha \sin \beta = \cos (\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

4. Jumlah dan selisih fungsi trigonometri juga memiliki empat macam bentuk rumus yang harus dipahami oleh siswa meliputi:

$$\text{a. } \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\text{b. } \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\text{c. } \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\text{d. } \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

